



TITLE:

競合する相互作用をもつ1次元量子
スピン系の基底状態(物性研短期研
究会「低次元系の磁場効果,分数統
計,量子スピン系等の諸問題」報告
,研究会報告)

AUTHOR(S):

利根川, 孝

CITATION:

利根川, 孝. 競合する相互作用をもつ1次元量子スピン系の基底状態(物性研短期研究会「低次元系の磁場効果,分数統計,量子スピン系等の諸問題」報告,研究会報告). 物性研究 1991, 55(5): 507-509

ISSUE DATE:

1991-02-20

URL:

<http://hdl.handle.net/2433/94463>

RIGHT:

quantum Hall effect (FQHE) and anyon superconductivity. Both of these phenomena are explained by the condensations of these vortices. It is clarified that the anyon systems become incompressible (FQHE) or compressible (anyon superconductivity) depending on their statistics. The hierarchy of the FQHE is also made explicit.

$t - t' - J$ モデルにおけるホールの運動

東大・工 新井 正男・伊藤 敏洋・藤原 毅夫

反強磁性体中のホールの運動を数値的対角化の方法で調べた。 $t - J$ モデルに, 第2近接トランスファー(t')と第3近接トランスファー(t'')の効果を取り込んだ系($t - t' - t'' - J$ モデル)を用いる。20サイトまでの格子を扱い, 周期的境界条件のもとで状態を全運動量(\mathbf{k})で分類する。得られた主な結果を以下にまとめる。

($t - J$ モデル) 18, 20サイトの計算から次の結果が得られた。

- (1) $\frac{J}{t} > 0.05$ で, 1ホールの基底状態はトータルスピン $S = \frac{1}{2}$, $\mathbf{k} \sim (\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2})$ である。
- (2) 2ホールの基底状態は $S = 0$, $\mathbf{k} = (0, 0)$ で縮退していない。

($t - t' - t'' - J$ モデル) 16, 18サイトの計算から次の結果が得られた。

- (1) 1ホールの基底状態は $S = \frac{1}{2}$ であり, t', t'' の値によって, $\mathbf{k} \sim (\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}), (0, \pi), (\pi, \pi), (0, 0)$ のいずれかになる。
- (2) 2ホールの基底状態は $S = 0$ であり, ほとんどの t', t'' の値に対して $\mathbf{k} = (0, 0)$ である。
- (3) ホールを2個入れたときの結合エネルギーの t', t'' 依存性を調べると, 1ホールの基底状態の運動量が変化するところで急激に変化している。特に, 1ホールの基底状態が $\mathbf{k} = (\pi, \pi), (0, 0)$ のとき, 最もホールの結合に適していない。
- (4) ホール4個に対する結合エネルギーを計算すると, t', t'' の符号によっては正の値になり, ホールの相分離に対して安定化される。

競合する相互作用をもつ1次元量子スピン系の基底状態

神戸大・理 利根川 孝

互いに競合する, 強磁性的な最近接相互作用と反強磁性的な第2近接相互作用をもつ1次元 $S = 1/2$ ハイゼンベルグスピン系を考え, この系の基底状態を調べる。ハミルトニアンは, 周期的境界条件を仮定して

$$\mathcal{H} = -2J_1 \sum_{i=1}^N \left\{ \gamma (S_i^x S_{i+1}^x + S_i^y S_{i+1}^y) + \delta S_i^z S_{i+1}^z \right\} \\ + 2J_2 \sum_{i=1}^N \left\{ \gamma (S_i^x S_{i+2}^x + S_i^y S_{i+2}^y) + \delta S_i^z S_{i+2}^z \right\} \quad (J_1 > 0, J_2 \geq 0).$$

スピン数 N が 20 個までの有限系の基底状態におけるエネルギー、1 重項-3 重項エネルギーギャップ、磁化、スピン相関関数などを厳密に計算し、それらの結果を外挿することにより、無限 ($N \rightarrow \infty$) 系での基底状態の様子を調べる。なお、以下で $j = J_2/J_1$ とおく。

(1) 相互作用が XY 的な異方性をもつ場合

以前に、利根川・原田¹⁾ は 1 重項-3 重項エネルギーギャップの計算を行い、XY 極限 ($\delta = 0$) では j の値が増すにつれて、 $j \sim 0.35$ でエネルギーギャップのない spin-fluid 状態から有限な大きさのエネルギーギャップをもつ dimer 状態への転移が起こることを示した。本研究では、同様な計算を $\delta = 0.25, 0.5, 0.75$ に対して行い、それぞれ $j \sim 0.32, 0.30, 0.27$ で同じ転移が起こることを明らかにした。これらの結果から、図 1 に示すような基底状態の相図を得ることができる。

(2) 相互作用がイジング的な異方性をもつ場合

イジング極限 ($\gamma = 0$) では、 $0 \leq j < 1/2$ で強磁性状態 (1 スピン当りの磁化 m の値は $m = 1/2$) が、また $j > 1/2$ で (2, 2)-antiphase 状態 ($m = 0$) が基底状態になることが知られている。磁化などの計算を行った結果、 $0 < \gamma < 1$ では、両状態の間に m の値が $0 < m < 1/2$ である中間状態が基底状態として出現することが明らかになった。得られた相図を図 2 に示す。最近、五十嵐²⁾ は、イジング極限の縮退点の近傍 ($0 \leq \gamma \ll 1, j \sim 1/2$) での中間状態における磁化などを、量子スピン系を有限の大きさの径をもつボーズ粒子径にマップすることによって厳密に求めているが、我々の結果は彼の結果とよく一致している。また、我々が得た強磁性状態と中間状態との間の境界線は、 $0 \leq \gamma \leq 0.7$ で、原田・利根川³⁾ が強磁性状態における 2-マグノン束縛状態の不安定から決めた結果と一致している。

参考文献

- 1) T. Tonegawa and I. Harada: J. Phys. (Paris) Suppl. **49**(1988) C8-1411.
- 2) J. Igarashi: J. Phys. Soc Jpn. **58**(1989)4600.
- 3) I. Harada and T. Tonegawa: to be published in Proc. Yamada Conf. XXV on Magnetic Phase Transition, Osaka, 1990.

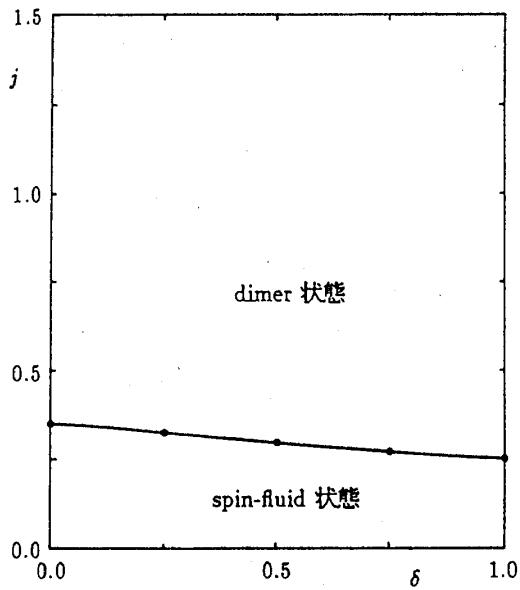


図1. $\gamma=1, 0 \leq \delta < 1$ での基底状態の相図

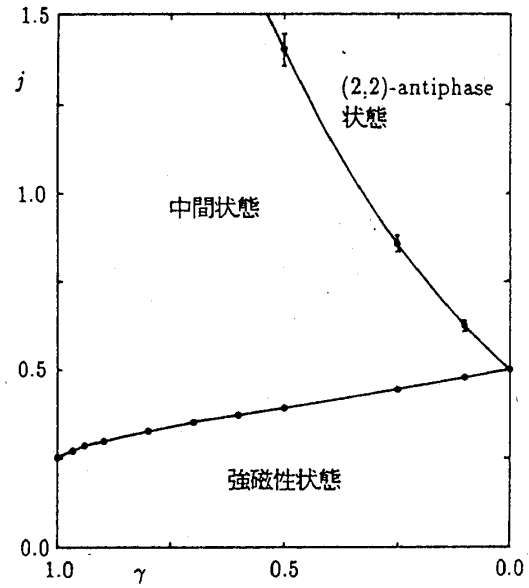


図2. $0 \leq \gamma < 1, \delta=1$ での基底状態の相図

Braid Group and Anyons on a Topologically Nontrivial Surface

Univ. of Utah Yong-Shi Wu

Recently there are interests in understanding the physics of anyons obeying exotic fractional statistics when the 2-d system is put on a topologically nontrivial surface. In this talk I first briefly review the path integral formalism for anyons and fractional statistics in terms of braid group and then report the collaborative work in progress of mine with Dr. Hatzugai and Prof. Kohmoto in this subject. By now it becomes well-known that anyons on a surface S are described by representations of the braid group $B_N(S)$, where N is the total number of anyons. For a planar system, the braid group are generated by the so-called "elementary exchange" operators $\sigma_i (i=1, 2, \dots, N-1)$ satisfying certain defining relations. It has been known that all possible statistics for anyons described by usual (one-component) wave functions are parameterized by an angle $\theta (0 < \theta < 2\pi)$. However, for anyon on a sphere there is one extra relation among σ_i 's, which leads to the restriction $\exp \{i2(N-1)\theta\} = 1$. So θ/π is restricted to be fractional; when N is fixed, allowed values of θ becomes N -dependent and conversely, if θ is fixed, the total anyon number N cannot be arbitrary.

On a cylinder or annulus, the braid group becomes more complicated because even for a single anyon there is a non-contractible loop. So in addition to σ_i 's there are more generators $\rho_i (i=1, 2, \dots, N)$ for the braid group, which moves the i -th particle